

# MTH101 · Carte du module

Ce que vous allez apprendre, dans quel ordre, et à quoi ça sert

Adrien Chiodo

Vendredi 9 octobre 2026

Cette carte donne une vue d'ensemble du module, presque sans formule. Les définitions, les méthodes et les exercices corrigés viennent ensuite, dans les chapitres du polycopié.

---

## DÉCIDER SANS TOUT SAVOIR

Un hôtel ne sait pas combien de clients descendront demain au petit-déjeuner. Une application ne sait pas si sa nouvelle page fera mieux que l'ancienne. Un filtre anti-spam ne sait pas si un message est indésirable : il calcule une probabilité. Il faut pourtant décider.

Ce module vous apprend à mesurer l'incertitude, puis à l'expliquer à qui doit trancher. C'est le travail de l'agence de conseil en données dont vous êtes les consultants juniors : chaque commande se termine par une réponse chiffrée et une recommandation.

---

## SIX OBJECTIFS, EN CLAIR

Les six objectifs du module, tels que le syllabus les formule, et ce qu'ils veulent dire.

| N° | Objectif du syllabus                                                                                 | En clair                                                                              |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1  | Calculer des probabilités conditionnelles et appliquer le théorème de Bayes.                         | Mettre à jour une probabilité quand une information arrive.                           |
| 2  | Identifier et mobiliser les lois de Bernoulli, binomiale, Poisson et normale.                        | Reconnaître les formes de hasard qui reviennent partout, et s'en servir.              |
| 3  | Calculer et interpréter espérance, variance et écart-type.                                           | Dire à quoi s'attendre en moyenne, et de combien la réalité peut s'en écarter.        |
| 4  | Estimer un paramètre et construire un intervalle de confiance à 95 %.                                | Tirer un chiffre d'un échantillon, avec sa marge d'erreur.                            |
| 5  | Mettre en œuvre et interpréter un test d'hypothèse simple pour comparer deux proportions.            | Juger si l'écart entre deux pourcentages dépasse ce que le hasard produit couramment. |
| 6  | Formuler une recommandation business argumentée à partir de résultats probabilistes et statistiques. | En faire un conseil clair, qu'un client non spécialiste peut suivre.                  |

---

## LE PARCOURS

Le cours tient en une matinée et deux journées, du 7 au 23 octobre. Les après-midi en autonomie et la journée du 12 novembre sont consacrés aux missions.

| Date                   | Au programme                                                                 | Chapitre |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Mer. 7/10, matin       | Probabilités, probabilités conditionnelles, indépendance                     | 1        |
| Ven. 9/10, matin       | Le théorème de Bayes                                                         | 2        |
| Ven. 9/10, après-midi  | Lois de Bernoulli, binomiale et de Poisson ; espérance, variance, écart-type | 3        |
| Jeu. 15/10, après-midi | En autonomie : les missions                                                  |          |
| Ven. 23/10, matin      | Loi normale, intuition du théorème central limite                            | 4        |
| Ven. 23/10, après-midi | Estimation, intervalle de confiance à 95 %, test de deux proportions         | 5        |
| Ven. 6/11, après-midi  | En autonomie : les missions                                                  |          |
| Jeu. 12/11, journée    | Soutenances                                                                  |          |
| Jeu. 28/01, après-midi | Examen individuel, commun avec MTH102                                        |          |

Les chapitres 1 à 3 paraissent dans les jours qui suivent leur séance, le chapitre 1 avec une annexe, la boîte à outils. Les chapitres 4 et 5 paraissent avant le 23 octobre : vous pourrez les lire avant le cours. Le chapitre 6 relie les résultats à la décision. Il paraît avant le 6 novembre, pour préparer les soutenances. Un kit de révision suivra, avant l'examen, dont la forme vous sera communiquée.

## COMMENT SE LIT UN CHAPITRE

Tous les chapitres suivent le même plan.

1. Une situation de l'agence : la question d'un client du tourisme.
2. Le cœur mathématique : définitions, propriétés, méthode. C'est la partie qui prépare l'examen.
3. Côté IA et data : le même outil dans les métiers que vous préparez.
4. Ailleurs aussi : le même raisonnement dans la vie courante.
5. Méthodes et pièges : les erreurs classiques, et comment les éviter.
6. Des exercices gradués, corrigés en fin de chapitre.
7. Pour aller plus loin : des ressources libres d'accès.

La boîte à outils rassemble les bases de calcul dont tout le reste dépend : fractions, pourcentages, symbole somme, notation des ensembles, lecture d'un tableau. Les chapitres y renvoient au moment où ils s'en servent.

**Les chiffres.** Les chiffres réels sont toujours donnés avec leur source. Les autres sont inventés pour l'exemple, et signalés comme tels.

## LES SIX CHAPITRES, EN MOTS

### Chapitre 1 · Probabilités et probabilités conditionnelles

Une probabilité mesure la part des cas où un événement se produit, quand on répète l'expérience un grand nombre de fois. Une information change cette part : c'est la probabilité conditionnelle, « A sachant B ». L'ordre compte : la probabilité de A sachant B n'est pas celle de B sachant A. Deux événements sont

indépendants quand savoir que l'un s'est produit ne change rien aux chances de l'autre. Multiplier leurs probabilités suppose cette indépendance, et il faut la justifier.

*À quoi ça sert.* À l'agence, à lire un tableau croisé sans se tromper de ligne ni de colonne. Côté IA, la précision et le rappel d'un modèle sont deux probabilités conditionnelles, prises dans un sens puis dans l'autre. Ailleurs, la météo : les jours où l'on annonce 70 % de risque de pluie, il devrait pleuvoir environ 7 fois sur 10.

## Chapitre 2 · Le théorème de Bayes

Le théorème de Bayes retourne une probabilité conditionnelle : de la probabilité d'un indice sachant une cause, il tire celle de la cause sachant l'indice. Son résultat dépend beaucoup de la fréquence de départ, le « taux de base ». Un test fiable à 99 % peut ainsi produire une majorité de fausses alertes quand ce qu'il cherche est rare. Pour ne pas s'y perdre, raisonnez sur des effectifs, 10 000 cas par exemple, plutôt que sur des pourcentages.

*À quoi ça sert.* À l'agence, à juger ce que vaut une alerte, comme celle d'un système qui signale les réservations suspectes. Côté IA, c'est le principe des filtres anti-spam dits bayésiens, et la raison pour laquelle la précision d'un modèle dépend de la rareté de ce qu'il cherche. Ailleurs, c'est la bonne façon de lire un test médical positif.

## Chapitre 3 · Lois discrètes ; espérance, variance, écart-type

Une variable aléatoire associe un nombre au résultat d'une expérience. La loi de Bernoulli décrit une épreuve à deux issues, oui ou non. La loi binomiale compte les succès sur un nombre fixé d'épreuves indépendantes de même probabilité. La loi de Poisson compte des événements qui surviennent au hasard, à un rythme moyen connu, pendant une durée donnée. L'espérance est la moyenne que l'on obtiendrait en répétant l'expérience un très grand nombre de fois. La variance et l'écart-type mesurent la dispersion autour de cette moyenne, l'écart-type dans la même unité que le résultat.

*À quoi ça sert.* À l'agence, à prévoir combien de clients viendront au petit-déjeuner, et avec quelle marge. Côté IA, à modéliser les conversions d'un test A/B ou le nombre de requêtes reçues par un serveur. Ailleurs, à modéliser le nombre de bonnes réponses d'un QCM rempli au hasard, ou de buts dans un match de football.

## Chapitre 4 · Loi normale et théorème central limite

La loi normale, la courbe en cloche, est entièrement décrite par sa moyenne et son écart-type. Environ 95 % de ses valeurs tombent à moins de deux écarts-types de la moyenne. Le théorème central limite explique pourquoi on la rencontre si souvent : la moyenne d'un grand nombre d'observations indépendantes, tirées d'une même loi, suit à peu près une loi normale, même quand chaque observation n'en suit pas une. C'est grâce à lui qu'on pourra dire, au chapitre 5, avec quelle précision une moyenne ou un pourcentage est connu.

*À quoi ça sert.* À l'agence, à comprendre pourquoi la dépense moyenne de 200 clients d'un restaurant varie bien moins que la dépense d'un seul. Côté IA, le taux de bonnes réponses d'un modèle sur un jeu de test est une moyenne : le théorème aide à dire de combien il peut varier d'un jeu de test à l'autre.

## Chapitre 5 · Estimation, intervalle de confiance, test de deux proportions

Un échantillon donne une estimation, un autre en donnerait une autre. L'intervalle de confiance à 95 % encadre la valeur inconnue par une méthode qui, appliquée à de nombreux échantillons, la capture environ 95 fois sur 100. La précision se paie en données : pour diviser la marge d'erreur par deux, il faut quatre fois plus d'observations. Le test de deux proportions pose une question précise : si les deux groupes avaient en réalité le même taux, un écart aussi grand que celui observé serait-il courant ? Enfin, pour savoir si une action produit un effet, on tire au sort qui la reçoit : c'est le principe du test A/B.

*À quoi ça sert.* À l'agence, à estimer la part des clients qui jugent acceptable un prix variant selon la demande, et à comparer deux groupes de clients. Côté IA, à évaluer un modèle avec sa marge d'erreur. Jev, présenté le 15 septembre 2026 par TypeSafe AI, répond par une probabilité plutôt que par un texte, et son fabricant le dit calibré : quand il annonce 90 %, il devrait avoir raison environ 9 fois sur 10. Le vérifier, c'est estimer une proportion avec son intervalle de confiance. Ailleurs, c'est la marge d'erreur d'un sondage.

## Chapitre 6 · De la donnée à la décision : recommander sous incertitude

Ce que le client attend, c'est de savoir quoi faire. Une bonne recommandation le dit, avec le degré de certitude qui va avec, et précise ce qui ferait changer d'avis. Elle distingue un écart établi par les données d'un écart assez grand pour compter dans les affaires du client. Elle annonce ses limites sans se cacher derrière.

*À quoi ça sert.* À l'agence, aux commandes, à l'écrit des missions et aux soutenances. Côté IA, à décider, chiffres à l'appui, s'il faut remplacer un modèle en service par sa nouvelle version.

## POUR PRENDRE DE L'AVANCE

Ces ressources sont libres d'accès. Elles montrent les mêmes idées autrement : en animations, en vidéos courtes, en code Python.

| Ressource                                                                                                                                          | Ce que vous y trouverez                                                                       | Chapitres |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Khan Academy, en français :<br><a href="https://fr.khanacademy.org/math/statistics-probability">fr.khanacademy.org/math/statistics-probability</a> | Des vidéos et des exercices corrigés, à votre rythme.                                         | 1 à 5     |
| La statistique expliquée à mon chat, YouTube, en français                                                                                          | Des vidéos de quelques minutes : variables aléatoires, lois, théorème central limite.         | 3 et 4    |
| Monsieur Phi, « La loi de Bayes (1/2) », YouTube, en français                                                                                      | Le raisonnement bayésien en douze minutes.                                                    | 2         |
| Seeing Theory, université Brown : <a href="https://seeing-theory.brown.edu">seeing-theory.brown.edu</a> , en anglais                               | Des visualisations interactives : on lance pièces et dés, et l'on voit les lois apparaître.   | 1 à 5     |
| OpenIntro Statistics : <a href="https://openintro.org/book/os">openintro.org/book/os</a> , en anglais                                              | Un manuel d'introduction gratuit en PDF, riche en exercices.                                  | 1 à 5     |
| Think Stats, Allen B. Downey :<br><a href="https://greenteapress.com/wp/think-stats-3e">greenteapress.com/wp/think-stats-3e</a> , en anglais       | Probabilités et statistique pour programmeurs Python, en carnets Jupyter à exécuter en ligne. | 3 à 5     |